

TD Automatismes

Correction

Mr KHATORY

1

ENONCE

I. soit **F** une fonction booléenne définie par (7 points):

$$\mathbf{F} = \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} \bar{c} d + a \bar{b} d + \bar{a} b \bar{c} + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c d$$

1. simplifier algébriquement **F**
2. tracer le tableau de Karnaugh de **F** puis simplifier **F** graphiquement.
3. représenter **F** par un décodeur
4. représenter **F** par un multiplexeur 16 voies, puis par un multiplexeur 8 voies.

II. Soit **F** la fonction définie par le Tableau suivant (2 points):

cd ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	1	1
10	1	1	1	1

Simplifier graphiquement **F** par groupement des "0"

2

1. Simplification Algébrique

$$\begin{aligned}
 & F = \overline{a}bcd + \overline{a}bcd + \overline{a}cd + \overline{a}bd + \overline{a}bc + \overline{a}bcd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{c}d + \overline{c}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bd + \overline{a}bcd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{c}d + \overline{c}d) + \overline{a}cd + \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}bd + \overline{a}bc + \overline{a}cd + \overline{a}bd + \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd \\
 & F = \overline{a}(\overline{b}d + \overline{b}d + \overline{b}d) + \overline{a}cd + \overline{a}bcd
 \end{aligned}$$

Distributivité
De la
somme/produit
Consensus !

$$F = \overline{a}b + \overline{a}bd + \overline{a}cd + \overline{a}bcd$$

3

2. Simplification Graphique

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	1	0	1	0

$$F = \overline{a}b + bd + \overline{a}c\overline{d} + \overline{a}cd + a\overline{b}\overline{c}\overline{d}$$

4

3. Matérialisation par un décodeur

D'après le tableau TK on a:

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	1	0	1	0

Pour abcd=0001 on prendra la sortie S1

Pour abcd=0100 on prendra la sortie S4

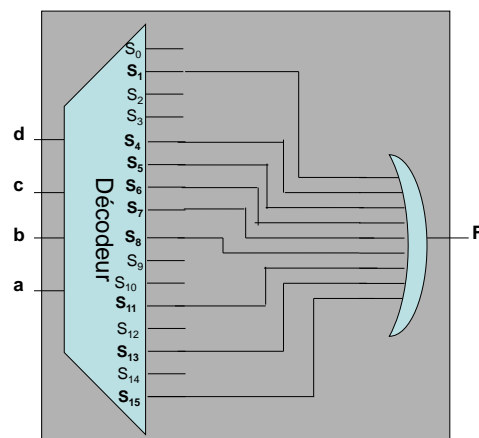
Pour abcd=1011 on prendra la sortie S11

5

3. Matérialisation par un décodeur

D'après le tableau TK on a:

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	S ₁	0	0
01	S ₄	S ₅	S ₇	S ₆
11	0	S ₁₃	S ₁₅	0
10	S ₈	0	S ₁₁	0



6

4. Matérialisation par un Multiplexeur 16 voies

D'après le tableau TK on a:

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	1	0	1	0

Pour abcd=0001 on prendra l'entrée $e_1=1$

Pour abcd=0100 on prendra l'entrée $e_4=1$

⋮

Pour abcd=1011 on prendra l'entrée $e_{11}=1$

ET pour les autres on prendra $e_i=0$

Rappel: pour un multiplexeur 16 voies(4 variables d'entrées adresses) S :

$$S = \underbrace{a_3 a_2 a_1 a_0}_{0000} e_0 + \underbrace{a_3 a_2 a_1 a_0}_{0001} e_1 + \underbrace{a_3 a_2 a_1 a_0}_{0010} e_2 + \underbrace{a_3 a_2 a_1 a_0}_{0011} e_3 + \dots + \underbrace{a_3 a_2 a_1 a_0}_{1111} e_{15}$$

Pour la fonction F on prendra $S=F$

:

➤ $a_3 = a$; $a_2 = b$; $a_1 = c$ et $a_0 = d$

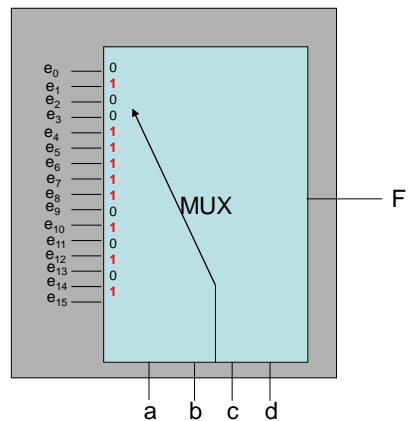
➤ $e_i !!$

7

4. Matérialisation par un Multiplexeur 16 voies

D'après le tableau TK on a:

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	e_1	0	0
01	e_4	e_5	e_7	e_6
11	0	e_{13}	e_{15}	0
10	e_8	0	e_{11}	0



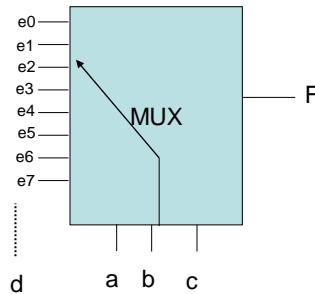
8

Matérialisation par un Multiplexeur 8 voies

L'idée est de choisir **3 variables** parmi a,b,c,d qui vont être connectées aux **entrées adresses** ET **une variable** (la quatrième) va être câblée aux **entrées informations** e_0, e_1, \dots, e_7

$$F = \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} \bar{c} d + a \bar{b} d + \bar{a} b c + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c d$$

D'après la fonction F on peut prendre a,b et c comme adresses et la variable d doit se connecter aux entrées e_i



9

Matérialisation par un Multiplexeur 8 voies

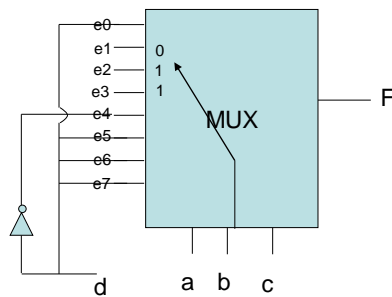
$$F = \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d} + \bar{a} \bar{c} d + a \bar{b} d + \bar{a} b c + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c d$$

$$F = \bar{a} \bar{b} \bar{c} \bar{d} + \bar{a} \bar{b} c \bar{d} + \underbrace{\bar{a} \bar{b} \bar{c} d + \bar{a} \bar{b} c d}_{\bar{a} \bar{b} c} + \underbrace{a \bar{b} \bar{c} d + a \bar{b} c d}_{a \bar{b} c} + \bar{a} b c + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c d$$

$$F = \bar{a} \bar{b} \bar{c} d + \bar{a} \bar{b} c (\bar{d} + d) + \bar{a} b c (d + 1) + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c d + a \bar{b} \bar{c} d + a \bar{b} c d$$

$$F = \bar{a} \bar{b} \bar{c} d + \bar{a} \bar{b} c + \bar{a} b c + a \bar{b} \bar{c} \bar{d} + a \bar{b} c d + a \bar{b} \bar{c} d + a \bar{b} c d$$

$$\Rightarrow e_0 = d; e_1 = 0; e_2 = 1; e_3 = 1; e_4 = \bar{d}; e_5 = d; e_6 = d \text{ et } e_7 = d$$



10

II. Soit **F** la fonction définie par le Tableau suivant :

cd ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	1	1
10	1	1	1	1

$$F = (\quad) (\quad)$$

11

II. Soit **F** la fonction définie par le Tableau suivant :

cd ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	1	1
10	1	1	1	1

$$F = (a + \bar{d}) (\quad)$$

12

II. Soit **F** la fonction définie par le Tableau suivant :

cd ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	1	1
10	1	1	1	1

$$F = (a + \bar{d}) (\bar{b} + c + \bar{d})$$

13

ENONCE

II. Circuit Séquentiel

Circuit séquentiel (5 points)

On veut réaliser un circuit séquentiel qui permet d'avoir sur sa sortie la série suivante:

000 → 001 → 011 → 101 → 010 → 100 → 110 → 000 → ...

1. tracer la table de transition, le tableau de fonctionnement
2. tracer les tables de vérité J_i, K_i , et simplifier graphiquement
3. réaliser le câblage

14

1. Table de transition:

q	Q	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

2. Tableau de fonctionnement :

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0						
0	0	1						
0	1	1						
1	0	1						
0	1	0						
1	0	0						
1	1	0						

15

1. Table de transition:

q	Q	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

2. Tableau de fonctionnement :

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0						
0	0	1						
0	1	1						
1	0	1						
0	1	0						
1	0	0						
1	1	0						

16

1. Table de transition:

q	Q	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

2. Tableau de fonctionnement :

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	1	X	0	X	0	X
0	0	1						
0	1	1						
1	0	1						
0	1	0						
1	0	0						
1	1	0						

17

1. Table de transition:

q	Q	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

2. Tableau de fonctionnement :

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	1	X	0	X	0	X
0	0	1	X	0	1	X	0	X
0	1	1						
1	0	1						
0	1	0						
1	0	0						
1	1	0						

18

1. Table de transition:

q	Q	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

2. Tableau de fonctionnement :

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	1	X	0	X	0	X
0	0	1	X	0	1	X	0	X
0	1	1	X	0	X	1	1	X
1	0	1	X	1	1	X	X	1
0	1	0	0	X	X	1	1	X
1	0	0	0	X	1	X	X	0
1	1	0						
0	0	0						

19

1. Table de transition:

q	Q	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

2. Tableau de fonctionnement :

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	1	X	0	X	0	X
0	0	1	X	0	1	X	0	X
0	1	1	X	0	X	1	1	X
1	0	1	X	1	1	X	X	1
0	1	0	0	X	X	1	1	X
1	0	0	0	X	1	X	X	0
1	1	0	0	X	X	1	X	1
0	0	0						

20

	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	0	1	X	0	X	0	X
1	0	0	1	X	0	1	X	0	X
3	0	1	1	X	0	X	1	1	X
5	1	0	1	X	1	1	X	X	1
2	0	1	0	0	X	X	1	1	X
4	1	0	0	0	X	1	X	X	0
6	1	1	0	0	X	X	1	X	1

J₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	1	X
01	0	X
11	0	-
10	0	X

J₀ = $\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1}$

K₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

J₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

K₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

J₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

K₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

21

	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	0	1	X	0	X	0	X
1	0	0	1	X	0	1	X	0	X
3	0	1	1	X	0	X	1	1	X
5	1	0	1	X	1	1	X	X	1
2	0	1	0	0	X	X	1	1	X
4	1	0	0	0	X	1	X	X	0
6	1	1	0	0	X	X	1	X	1

J₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	1	X
01	0	X
11	0	-
10	0	X

J₀ = $\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1}$

K₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	0
01	X	0
11	X	-
10	X	1

K₀ = Q₂

J₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

K₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

J₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

K₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

22

	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	0	1	X	0	X	0	X
1	0	0	1	X	0	1	X	0	X
3	0	1	1	X	0	X	1	1	X
5	1	0	1	X	1	1	X	X	1
2	0	1	0	0	X	X	1	1	X
4	1	0	0	0	X	1	X	X	0
6	1	1	0	0	X	X	1	X	1

J₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	1	X
01	0	X
11	0	-
10	0	X

J₀ = $\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1}$

K₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	0
01	X	0
11	X	-
10	X	1

K₀ = Q₂

J₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	0	1
01	X	X
11	X	-
10	1	1

J₁ = Q₀ + Q₂

K₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

J₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

K₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

23

	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	0	1	X	0	X	0	X
1	0	0	1	X	0	1	X	0	X
3	0	1	1	X	0	X	1	1	X
5	1	0	1	X	1	1	X	X	1
2	0	1	0	0	X	X	1	1	X
4	1	0	0	0	X	1	X	X	0
6	1	1	0	0	X	X	1	X	1

J₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	1	X
01	0	X
11	0	-
10	0	X

J₀ = $\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1}$

K₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	0
01	X	0
11	X	-
10	X	1

K₀ = Q₂

J₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	0	1
01	X	X
11	X	-
10	1	1

J₁ = Q₀ + Q₂

K₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	X
01	1	1
11	1	-
10	X	X

K₁ = 1

J₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

K₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

24

	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₁	K ₂
0	0	0	0	1	X	0	X	0	X
1	0	0	1	X	0	1	X	0	X
3	0	1	1	X	0	X	1	1	X
5	1	0	1	X	1	1	X	X	1
2	0	1	0	0	X	X	1	1	X
4	1	0	0	0	X	1	X	X	0
6	1	1	0	0	X	X	1	X	1

J₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	1	X
01	0	X
11	0	-
10	0	X

J₀ = $\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1}$

K₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	0
01	X	0
11	X	-
10	X	1

K₀ = Q₂

J₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	0	1
01	X	X
11	X	-
10	1	1

J₁ = Q₀ + Q₂

K₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	X
01	1	1
11	1	-
10	X	X

K₁ = 1

J₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	0	0
01	1	1
11	X	-
10	X	X

J₂ = Q₁

K₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00		
01		
11		-
10		

25

	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₀	K ₀	J ₁	K ₁	J ₂	K ₂
0	0	0	0	1	X	0	X	0	X
1	0	0	1	X	0	1	X	0	X
3	0	1	1	X	0	X	1	1	X
5	1	0	1	X	1	1	X	X	1
2	0	1	0	0	X	X	1	1	X
4	1	0	0	0	X	1	X	X	0
6	1	1	0	0	X	X	1	X	1

J₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	1	X
01	0	X
11	0	-
10	0	X

J₀ = $\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1}$

K₀

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	0
01	X	0
11	X	-
10	X	1

K₀ = Q₂

J₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	0	1
01	X	X
11	X	-
10	1	1

J₁ = Q₀ + Q₂

K₁

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	X
01	1	1
11	1	-
10	X	X

K₁ = 1

J₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	0	0
01	1	1
11	X	-
10	X	X

J₂ = Q₁

K₂

Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0	1
00	X	X
01	X	X
11	1	-
10	0	1

K₂ = Q₀ + Q₁

26

Équations:

$$J_0 = \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1}$$

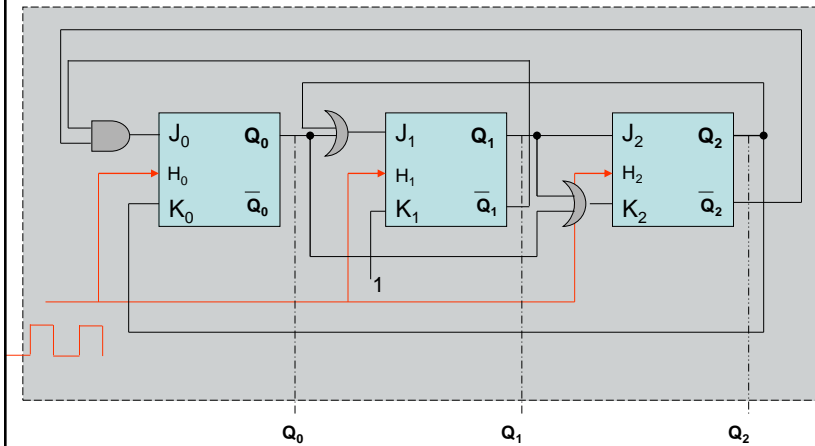
$$K_0 = Q_2$$

$$J_1 = Q_0 + Q_2$$

$$K_1 = 1$$

$$J_2 = Q_1$$

$$K_2 = Q_0 + Q_1$$

Câblage:

27

FIN

28