Chapitre 1

COURANT ALTERNATIF MONOPHASE

1. Les Formes de courants

Dans l'ensemble des formes de courants, nous pouvons effectuer une première partition :

- Les courants unidirectionnels
- Les courants bidirectionnels

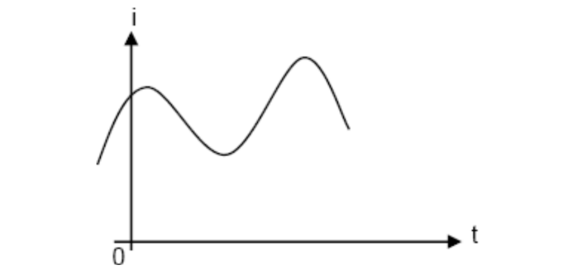


Fig.1 : Courant unidirectionnel

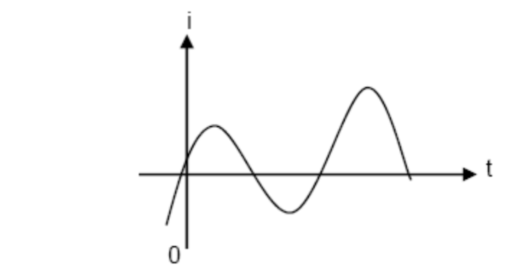


Fig.2 : Courant bidirectionnel

Nous pouvons effectuer une deuxième partition :

- Les courants périodiques
- Les courants non périodiques

1.1 Courant périodique

Un courant est périodique si son intensité reprend la même valeur à intervalles de temps égaux.

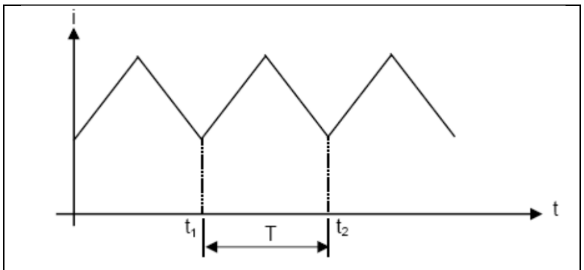


Fig.3 : Courant périodique

Période

- La période d'un courant périodique est la durée constante qui sépare deux instants consécutifs où le courant se produit identiquement à lui-même.
- La période est une durée (un temps), elle s'exprime en seconde, son symbole est T.

Fréquence

- La fréquence (f) d'un courant périodique est le nombre de fois que le courant se produit identiquement à lui-même en une seconde.

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{f}}$$ Avec T en Seconde et f en Hertz

1.2 Courant alternatif

C'est un courant bidirectionnel et périodique dont la valeur moyenne est nulle. Les deux aires hachurées sont égales.

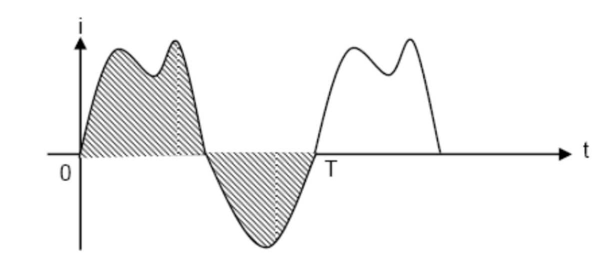


Fig.4 : Courant alternatif

1.2 Courant alternatif symétrique

C'est un courant périodique dont la valeur moyenne est nulle, les deux aires hachurées sont égales comme précédemment mais en plus elles sont superposables car les courbes A de la première demi période et B de la deuxième demi période sont identiques. Ce sont les deux alternances du courant (A : alternance positive, B : alternance négative).

Si i_o est l'intensité du courant à l'instant t_0, une demi-période plus tard, l'intensité est $-i_0$

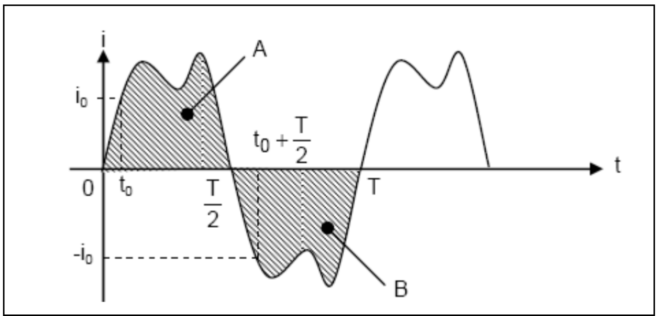


Fig.5 : Courant alternatif symétrique

1.3 Courant sinusoïdal

C'est un courant alternatif symétrique dont l'intensité est une fonction sinusoïdale de temps. L'énergie du réseau électrique est distribuée sous cette forme.

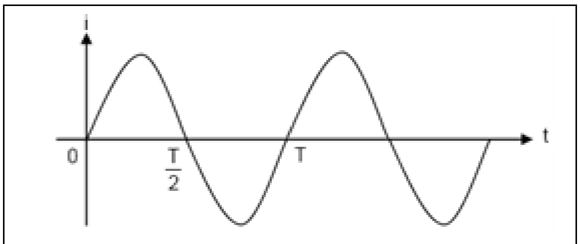


Fig.6 : Courant alternatif sinusoïdal

1.4 Tension sinusoïdale

L'expression d'une tension sinusoïdale est la suivante :

$U(t) = U_{max}\sin(\omega t + \varphi_0)$

$U(t)$	: Valeur instantanée
U_{max}	: Amplitude maximale
$\omega t+ \varphi_0$	: Phase à instantané
φ_0	: Déphasage par rapport à l'origine de phase
$\omega = 2\pi f$	: Pulsation en (rd/s)

La période T en seconde (s) est : $\mathbf{T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}}$

S'il s'agit d'un courant sinusoïdal, l'expression s'écrira alors comme suit : $i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi)$

Le déphasage entre le courant et la tension est : $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$

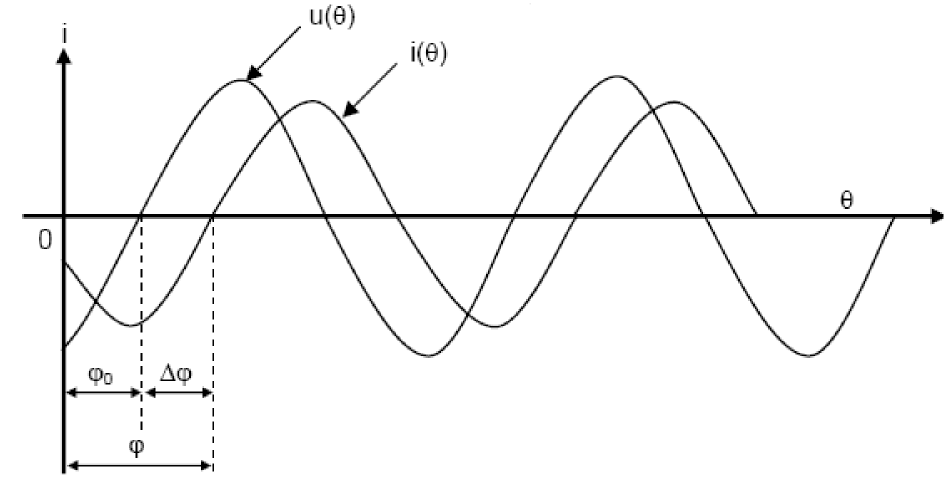


Fig.7 : Déphasage entre le courant el la tension

2. Valeur moyenne et valeur efficace

Soit un courant sinusoïdal défini par : $i(t) = I_{max}\sin(\omega t)$

Intensité moyenne

$$I_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T I_{max}\sin(\omega t)dt = \frac{I_{max}}{T}\left[-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right]_0^T = -\frac{I_{max}}{T\omega}[\cos(\omega T) - \cos(0)]$$

$$= -\frac{I_{max}}{T\omega}[1-1] \Longrightarrow \mathbf{I_{moy} = 0}$$

Intensité efficace

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} i^2(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} I_{max}^2\sin^2(\omega t)dt = \frac{2I_{max}^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}dt$$

$$= \frac{2I_{max}^2}{2T}\left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{I_{max}^2}{T}\left[(\frac{T}{2} - \frac{1}{2\omega}\sin\left(2\omega\frac{T}{2}\right) - 0\right] = \frac{I_{max}^2}{2} \Longrightarrow \mathbf{I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}}$$

De même pour la tension on aura :

$$\mathbf{U_{moy} = 0} \text{ et } \mathbf{U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}}$$

3. Représentation de Fresnel

Soit un signal $s(t) = S_{max}\sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}S_{eff}\sin(\omega t + \varphi)$

Ce signal peut être représenté par un vecteur $\overrightarrow{OM}$ de module $\sqrt{2}S_{eff}$ placé par rapport à OX origine des phases, tel que $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OM}) = \varphi$

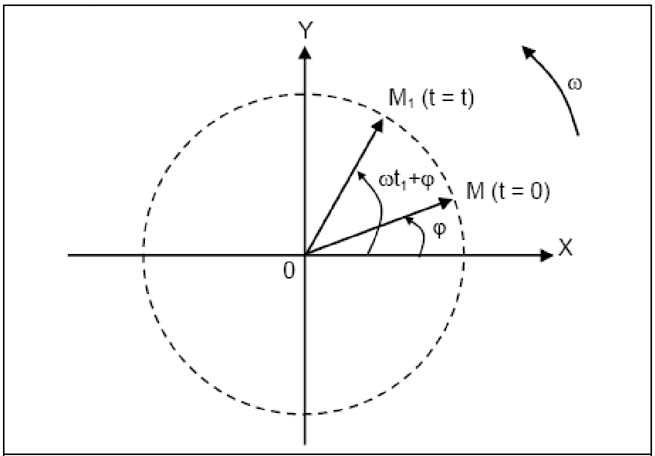


Fig.8 : Représentation de Fresnel

Le vecteur $\overrightarrow{OM}$ tourne avec une vitesse ω constante dans le sens trigonométrique, la représentation de Fresnel sépare alors la partie temporelle (ωt) de la partie de phase (φ).

- **Somme vectorielle de deux grandeurs sinusoïdales**

Soient deux grandeurs sinusoïdales :

$S_1(t) = S_1max \sin(\omega t + \varphi_1) = \sqrt{2}S_{1eff} \sin(\omega t + \varphi_1)$

$S_2(t) = S_2max \sin(\omega t + \varphi_2) = \sqrt{2}S_{2eff} \sin(\omega t + \varphi_2)$

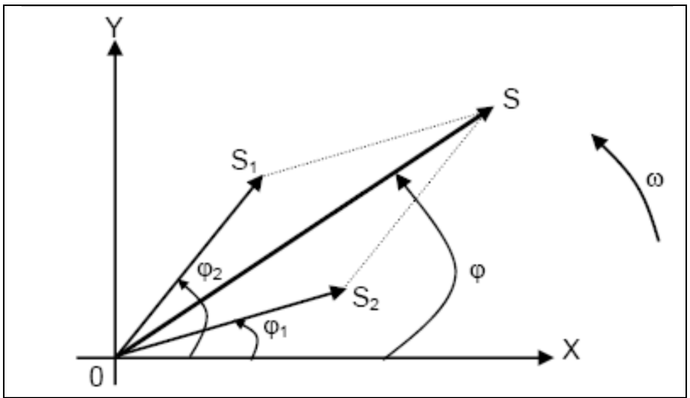


Fig.9 : Somme de deux grandeurs sinusoïdales

$S_1(t) + S_2(t) = S_{max} \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}S_{eff} \sin(\omega t + \varphi)$

- $S^2 = (S_1 \sin\varphi_1 + S_2 \sin\varphi_2)^2 + (S_1 \cos\varphi_1 + S_2 \cos\varphi_2)^2$
- $\mathrm{tg}\,\varphi = \dfrac{S1 \sin\varphi 1 + S2 \sin\varphi 2}{S1 \cos\varphi 1 + S2 \cos\varphi 2}$

4. Représentation complexe

- A un signal $s(t) = \sqrt{2}S_{eff} \sin(\omega t + \varphi)$ correspond un nombre complexe $\bar{S}$ de module $\sqrt{2}S_{eff}$ et d'argument φ.
- $\bar{S}$ peut s'écrire sous la forme suivante : $s(t) = \sqrt{2}S_{eff}\, e^{j\varphi} = \sqrt{2}S_{eff}(\cos\varphi + j \sin\varphi)$.
- La pulsation ω ne figure pas dans les représentations complexes, mais il est sous entendu que toutes les fonctions sinusoïdales quelles représentent ont la même pulsation.

5. La loi d'Ohm en alternatif

5.1. Définition de l'impédance Z et de l'admittance Y

- L'impédance $\overline{Z}$ en **Ohm** est le rapport de la tension appliquée au circuit par le courant qui le traverse : $\overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}}$
- L'admittance est par définition $\overline{Y} = \frac{\overline{I}}{\overline{U}} = \frac{1}{\overline{Z}}$. Elle est mesurée en siemens (s).

5.2. Circuit purement résistif

$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_0)$ et $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_1)$

D'après la loi d'Ohm : $u(t) = R.i(t) \Longrightarrow i(t) = \frac{\sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi 0)}{R}$, On en déduit que le courant et la tension sont en phase. $\varphi_0 = \varphi_1$; $\Delta\varphi = 0$ et Z=R.

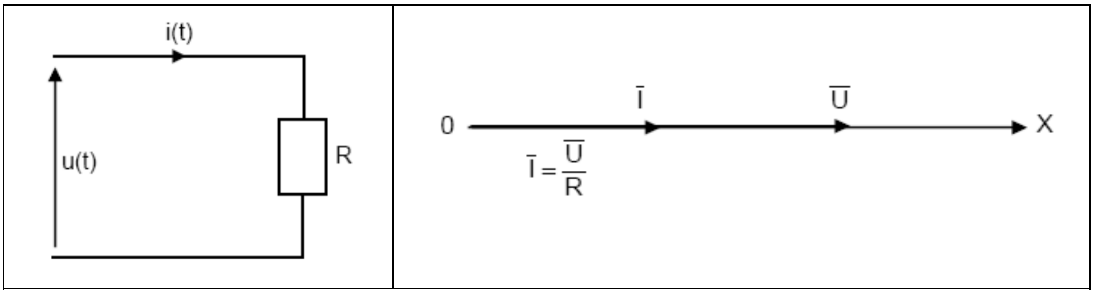


Fig.10 : Circuit purement résistif

5.3. Circuit purement inductif

Considérons une bobine d'inductance L et de résistance nulle.

$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_0)$ et $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_1)$

On a : $u(t) = L\frac{di}{dt} = L\omega I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1) = L\omega I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2})$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \frac{L\omega I\sqrt{2}\, e^{j(\varphi 1 + \frac{\pi}{2})}}{I\sqrt{2}\, e^{j(\varphi 1)}} = L\omega\, e^{j\frac{\pi}{2}} = L\omega\left(\cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2}\right) = jL\omega \Longrightarrow \mathbf{\overline{U_L} = jL\omega\overline{I}}$$

On en déduit que la tension est en quadrature avant avec le courant $\boldsymbol{\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}}$

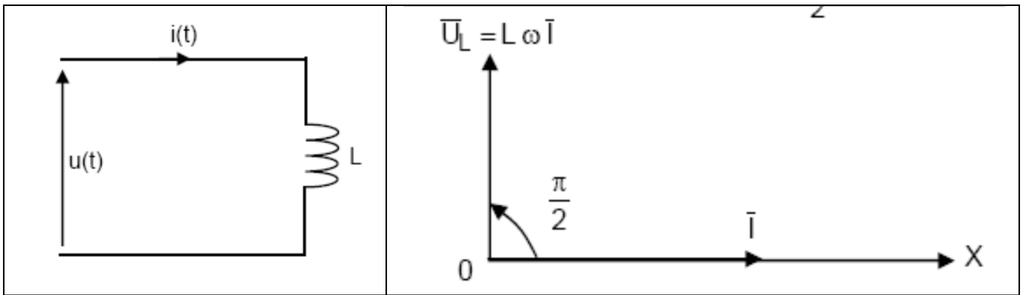


Fig.11 : Circuit purement inductif

Remarques

- Une bobine parfaite parcourue par un courant continu se comporte comme un court-circuit (Z=0) car $\omega = 0$.
- $X_L = L\omega$ est appelée **réactance inductive**. Elle est mesurée en Ω.

5.4. Circuit purement capacitif

$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_0)$ et $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_1)$

on a : $i(t) = C\frac{du}{dt} = C\omega U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_0) = C\omega U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{U\sqrt{2}\ e^{j(\varphi_0)}}{C\omega U\sqrt{2}\ e^{j(\varphi_0+\frac{\pi}{2})}} = \frac{1}{c\omega e^{j\frac{\pi}{2}}} = \frac{1}{jc\omega} = \frac{-j}{c\omega} \Longrightarrow \bar{U}_C = \frac{\bar{I}}{jc\omega}$$

On en déduit que la tension est en quadrature arrière avec le courant $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$

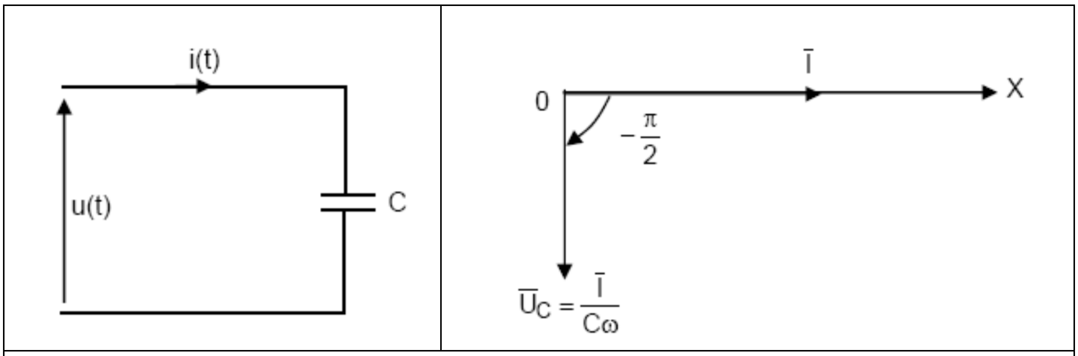
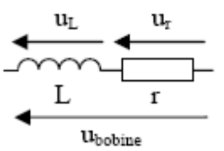
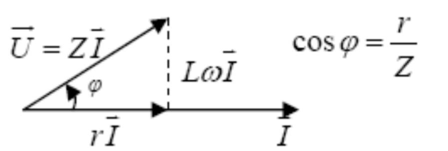
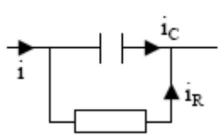
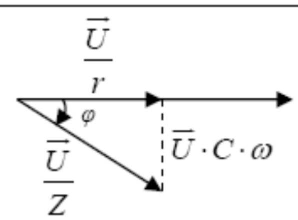


Fig.12 : Circuit purement capacitif

Remarques

- Un condensateur parfait alimenté par une tension continue se comporte comme un circuit ouvert (Z→∞) car $\omega = 0$.
- $X_C = \frac{1}{C\omega}$ est appelée **réactance capacitive**. Elle est mesurée en Ω.

5.5. Circuit à dipôles réels

Dipôle	Dipôle équivalent	Impédance	Diagramme de Fresnel
Bobine réelle		$\vec{U}_{bobine} = \vec{U}_L + \vec{U}_r$ $Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$	
Condensateur réel		$\vec{I}_{condensateur} = \vec{I}_C + \vec{I}_r$ $Z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$	

6. Puissance en régime sinusoïdal monophasé

0.1. Définitions

- En continu la puissance P absorbée par un dipôle D traversé par un courant d'intensité I sous la tension U s'exprime par la relation : **P = U.I**
- En régime variable, si i et u représentent les valeurs instantanées de l'intensité et de la tension, le dipôle D absorbe à chaque instant la puissance instantanée : **p = u.i**

  Si **p>0** le dipôle fonctionne en **récepteur**.

  Si **p<0** le dipôle fonctionne en **générateur**.
- En régime sinusoïdal, supposons que : $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$ et $i(t) = I\sqrt{2}\sin\omega t$

  La puissance instantanée est alors: $p=u.i=u(t)=U\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi).I\sqrt{2}\sin\omega t=2UI\sin(\omega t+\varphi)\sin(\omega t)$

$$p=UI(\cos\varphi-\cos(2\omega t+\varphi))$$

La puissance instantanée apparaît donc comme la somme d'un terme constant et d'une fonction sinusoïdale.

Le terme constant représente la puissance moyenne consommée par le dipôle : **$P=UI\cos\varphi$**

Le terme variable est une fonction sinusoïdale de valeur moyenne nulle et de fréquence double de celle de la tension (puissance oscillatoire).

On peut représenter la puissance moyenne P comme le produit scalaire **$P=\vec{U}.\vec{I}$** des vecteurs de Fresnel associés à l'intensité et à la tension.

0.2. Puissance active et puissance réactive

On appelle puissance complexe l'expression $\overline{S}=\overline{U}.\overline{I}^*$, où $\overline{U}$ représente la tension complexe aux bornes du dipôle et $\overline{I}^*$ la valeur complexe conjuguée de l'intensité du courant dans le dipôle.

Supposons que : $u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi_0)$ et $i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_1)$

$$\overline{S}=U\,I\cos\varphi+j\,U\,I\sin\varphi$$

$$\overline{S}=P+jQ$$

$\varphi=\varphi_0-\varphi_1$: Déphasage de la tension par rapport au courant

P = U I cos φ	Puissance active (en **W**), représente la puissance moyenne consommée par le dipôle. Elle est toujours positive.
Q = U I sin φ	Puissance réactive (en **VAR**). C'est un nombre algébrique, fonction du signe de φ, donc de la nature inductive ou capacitive du circuit.
S = U I	Puissance apparente (en **VA**)

$$S^2=P^2+Q^2$$

$$\tan\varphi=\frac{Q}{P}$$

$$\cos\varphi=\frac{P}{S}$$

" triangle des puissances "

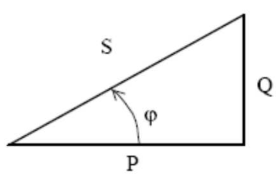


Fig.13 : Triangle des puissances

0.3. Cas de dipôles élémentaires

Résistance R (φ = 0)	**P = U I = R I²** (effet Joule) **Q = 0**
Inductance L ($\varphi = \frac{\pi}{2}$)	**P = O** **Q = U.I = LωI^2 = $\frac{U^2}{L\omega}$: Positive** **Une bobine "absorbe" de l'énergie réactive.**
Capacité L ($\varphi = -\frac{\pi}{2}$)	**P = O** **Q = -U.I = -CωU^2 = - $\frac{I^2}{C\omega}$: Négative** **Un condensateur "fournit" de l'énergie réactive**

0.4. Méthode de Boucherot

En appliquant les lois des nœuds (montage parallèle) ou des tensions (montage série) on peut vérifier que les puissances active et réactive sont des grandeurs additives et énoncer le théorème de Boucherot :

- La puissance active absorbée par un groupement de récepteurs est égale à la somme des puissances actives absorbées par chaque élément.
- La puissance réactive absorbée par un groupement de récepteurs est égale à la somme des puissances réactives absorbées par chaque élément (somme algébrique).

$$\mathbf{P = \sum_i P_i}$$

$$\mathbf{Q = \sum_i Q_i}$$

0.5. Relèvement du facteur de puissance

Supposons que deux récepteurs consomment la même puissance active P = 1KW, sous une tension de U= 220 V. Le premier à un cos φ_1 = 1 et le deuxième à un cos φ_2 = 0,75.
Calculons le courant consommé par chacun des deux récepteurs :

$$I_1 = \frac{P}{U\cos\varphi_1} = 4{,}54\ A$$

$$I_2 = \frac{P}{U\cos\varphi_2} = 6{,}06\ A$$

Le second récepteur est donc traversé par un courant d'intensité supérieure à celle du premier, pour une même puissance. Les pertes en ligne (effet Joule) sont donc plus importantes.

Pour éviter cet inconvénient on essaie de relever le facteur de puissance afin de le rapprocher de 1.
Pour la plupart des installations domestiques ce relèvement n'est pas indispensable, par contre pour des installations industrielles où de nombreux moteurs peuvent intervenir, le déphasage entre le courant et la tension peut devenir élevé et le facteur de puissance trop faible (Q >0).
Pour compenser la consommation d'énergie réactive" des moteurs on ajoute des condenseurs fournisseurs d'énergie réactive (Q<0) Voir chapitre 2.